制御の入り口

(第6回)

例題　伝達関数を求める

内容

ブロック線図の等価変換を用いて

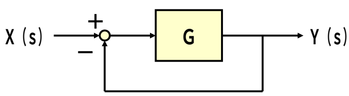
伝達関数を求める例題

前回 (第5回)で「**ブロック線図での基本的な表し方**」を記しました。制御の因果関係をブロック図と伝達関数で表すことで、特性(振る舞い)を理解できます。

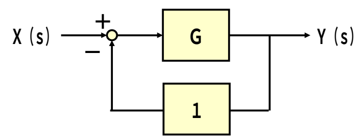
その様子はパソコンなどを使って計算するとよりわかりやすく表現できます。(それは後で説明する予定です。)

ここでは、いくつかの例題で確認してみます。複雑な形もありますが、基本形の積み重ねで変換できます。

例題 (1) 伝達関数を求めます。



例題 (1) の解き方



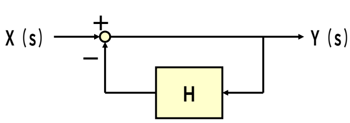
上記の図のように

フィードバック結合のフィードバック量を「1」として

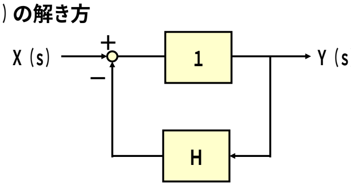
変換すると

$$Y(s)=\frac{G}{1+G*1}=\frac{G}{1+G}$$

例題 (2) 伝達関数を求めます。



例題 (2) の解き方

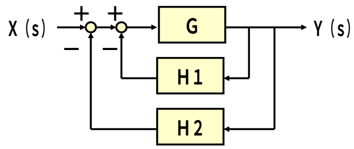


上記の図のように

フィードバック結合のゲイン量を「1」として変換すると

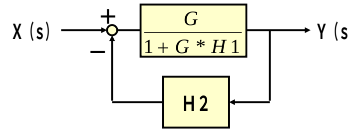
$$Y(s)=\frac{1}{1+1*H}=\frac{1}{1+H}$$

例題(3)伝達関数を求めます。



例題(3)の解き方

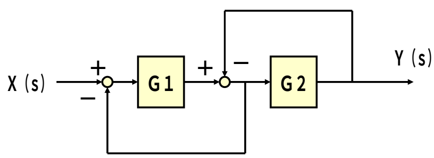
GとH1の関係を求めると $\dfrac{G}{1+G*H1}$



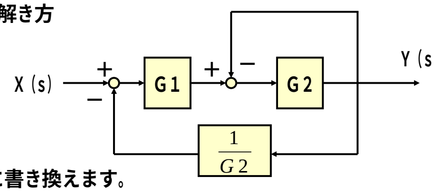
上図から伝達関数を求めると

$$Y(s)=\frac{\dfrac{G}{1+G*H1}}{1+\dfrac{G*H2}{1+G*H1}}=\frac{G}{1+G*H1+G*H2}$$

例題(4)伝達関数を求めます。



例題(4)の解き方

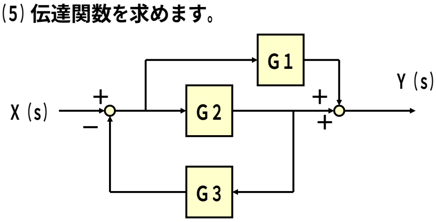


上図のように書き換えます。

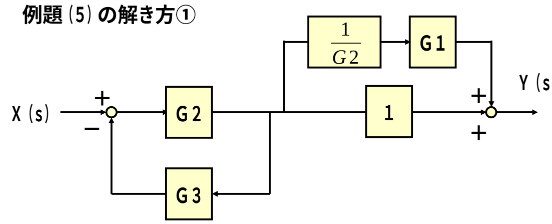
G1とG2の関係は $\dfrac{G1*G2}{1+G2}$ 　そして上式と1／G2の関係は

$$Y(s)=\frac{\dfrac{G1*G2}{1+G2}}{1+\dfrac{G1*G2}{1+G2}*\dfrac{1}{G2}}=\frac{G1*G2}{1+G1+G2}$$

例題(5)伝達関数を求めます。



例題(5)の解き方①



上図のように書き換えることができます。

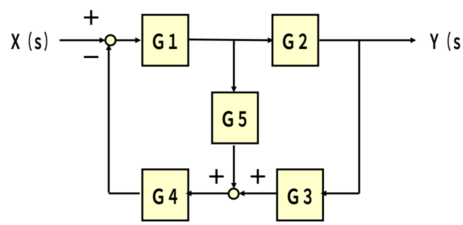
左側のG2, G3の関係は $\dfrac{G2}{1+G2*G3}$

左側のG1, G2の関係は $\dfrac{G1}{G2}+1$

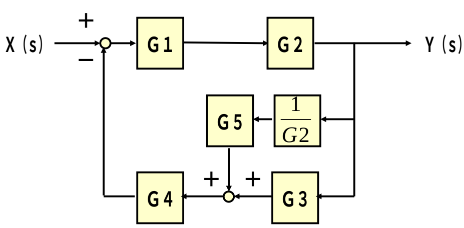
例題(5)の解き方②

$$Y(s)=\frac{G2}{1+G2*G3}\left(\frac{G1}{G2}+1\right)$$
$$=\frac{G1*G2}{G2+G2*G3*G2}+\frac{G2}{1+G2*G3}$$
$$=\frac{G1+G2}{1+G2*G3}$$

例題(6)伝達関数を求めます。



例題(6)の解き方①

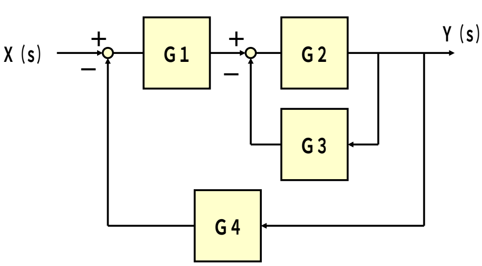


上図のように書き換えることができます。

例題(6)の解き方②

$$Y(s)=\frac{G1*G2}{1+G1*G2*\dfrac{G4(G5+G2*G3)}{G2}}$$
$$=\frac{G1*G2}{1+G1*G4*(G2*G3+G5)}$$

例題(7)伝達関数を求めます。



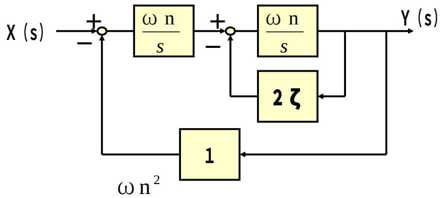
例題(7)の解き方

G2，G3の関係は $\dfrac{G2}{1+G2*G3}$

それとG1の関係は $\dfrac{G2}{1+G2*G3}*G1$

全体のY(s)は
$$Y(s)=\frac{\dfrac{G2}{1+G2*G3}*G1}{1+\dfrac{G2}{1+G2*G3}*G1*G4}$$
$$=\frac{G1*G2}{1+G2*G3+G1*G2*G4}$$

例題 (7) と同じ形ですが、この形で伝達関数を求めると



$$Y(s)=\frac{\dfrac{\omega n^{2}}{s(s+2\zeta\ \omega\ n)}}{1+\dfrac{\omega n^{2}}{s(s+2\zeta\ \omega\ n)}}=\frac{\omega n^{2}}{s^{2}+2\zeta\ \omega\ n\cdot s+\omega n^{2}}$$

二次遅れ要素の標準形伝達関数を表していることになります。

いろいろな「ブロック線図」から伝達関数を求める例題を説明しました。複雑なブロック線図でも書き換えると基本的な形の組み合わせになり、伝達関数を求めやすくなることがわかったと思います。

特に例題(7)の二次遅れ要素の標準型伝達関数を表す形は電気系では「抵抗、コンデンサ、コイル」の組み合わせ回路などで用いられます。

前出の ζ (zeta)、ω (omega)の係数の意味するところを捉えると数式が身近なものに感じられるでしょう。